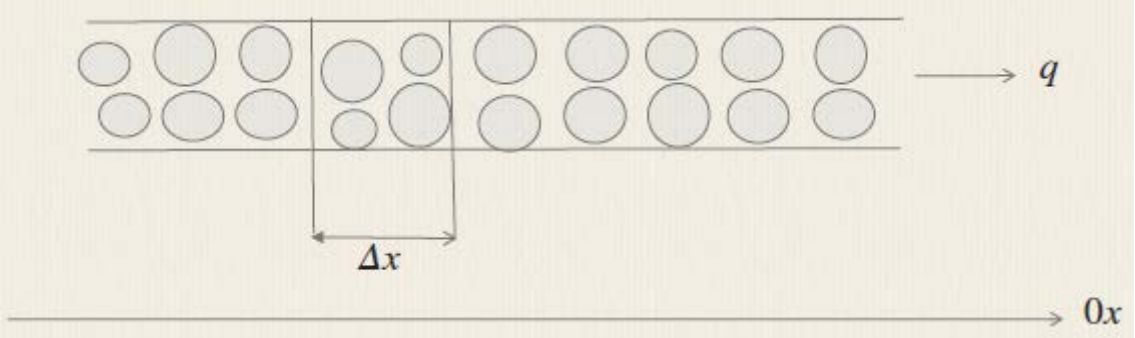
12. Постановка задачи переноса вещества в двухфазной среде. Задача сорбции.
13. Переход к локальному времени в уравнениях переноса. Пример подобной замены переменной в задаче сорбции.
14. Что такое изотерма сорбции? Приведите примеры.
15. Качественное различие решения задачи сорбции в линейном и нелинейном случае.

Что же такое явление абсорбции?
Есть труба, по ней гонится газ, содержащий интересующее нас вещество. Но в силу абсорбции он непрерывно оседает на трубе. Он может оседать на стенках трубы, может на крупных гранулах, равномерно распределённых в трубе:



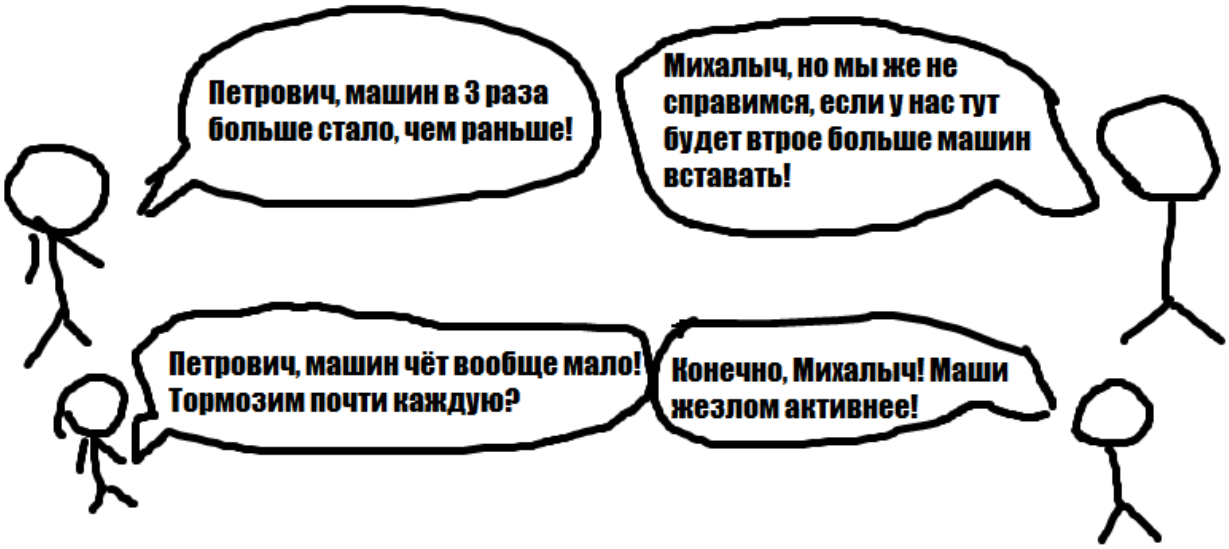
Но мне как-то пример с оседанием на стенках больше нравится.
В результате чего концентрация вещества интересующего нас вещества падает. (За счёт этого, например, работают противогазы).
Представьте себе трассу, по которой едут автомобили. На них мы поставили много-много постов ГАИ, которые время от времени тормозят автомобили (будем считать, что навсегда). Как вы понимаете, чем дальше, тем едущих автомобилей будет меньше.

Предположим, что ГАИшники стоят по трассе равномерно (в случае задачи сорбции это условие эквивалентности однородности трубы).

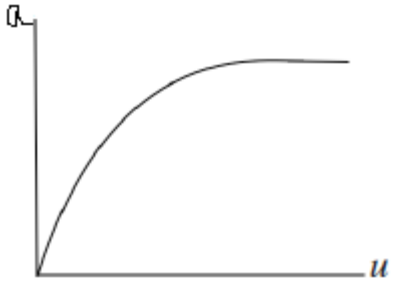
Пусть n(x,t) – концетрация интересующего нас (прогоняемого) вещества (концетрация машин на трассе). u(x,t) – концетрация свободных молекул прогоняемого вещества (концетрация свободных машин), a(x,t) – концетрация прилипшим к стенкам вещества (машин, которые в этой точке в данный момент стоят у ГАИшников). Очевидно, что u(x,t)+a(x,t)=n(x,t).

На первый взгляд, тогда концентрация должна падать экспоненциально. Это было бы так, если бы ГАИшники решали бы, останавливать машину с постоянной вероятностью, вне зависимости от концетрации машинного потока (т.е. чем больше машин едет, тем больше они останавливают, зависимость прямо пропорциональная).

Но в реальности же не так, а как-то вот так:



Зависимость какая-то такая:



При малых концетрациях прямо пропорциональная, а при больших у ГАИшников есть некий предел, больше которого они не могут тормозить, сколько бы машин не ехало (всё-таки протоколы за конечное время оформляются).
Похожая история и с противогазом. Если вы пойдёте гулять в противогазе по улице Москвы, то в нём осядет 99,9% немногочисленных частичек дыма в воздухе. Но если вы в нём сунетесь на пожар, то до вашего носа дойдёт уже не 0,1%, а гораздо больше, потому что противогаз начинает «не справляться».

При малых концентрациях зависимость a от u прямо пропорциональная, потом она выходит на асимптоту – горизонтальную прямую.

В случае малых концентраций рассматривают изотерму Генри:

$$a = Гu \ ,$$

Г - константа, характеризующая наклон нашей кривой $\varphi(u)$ *на начальном участке;*

в случае значительных концентраций:

$$a = \varphi(u) = \frac{K_1 u}{u + K}$$ *- изотерма Ленгмюра.*

Они называются изотермами, хотя никакого отношения к теплу не имеют.

Это взаимнооднозначные функции, у них есть обратные:

Обратная изотерма: $u = \psi(a)$,

Обратная изотерма Генри: $u = \psi(a) = \dfrac{a}{\Gamma}$,

Обратная изотерма Ленгмюра: $u = \psi(a) = \dfrac{Ka}{K_1 - a}$

14. Что такое изотерма сорбции? Приведите примеры.

Теперь поставим задачу сорбции.

12. Постановка задачи переноса вещества в двухфазной среде. Задача сорбции.

В основе – дифур. Вот у нас есть пост ГАИ. Разница между концетрацией подъезжающих и уезжающих от него машин (u(x+dx) – u(x)), делённая на dx (т.е. u_x) будет производная по времени концентрации n у поста.
Получим $u_x*q=n_t$. q – скорость автомобилей (частиц в трубе).
Расписав n=u+a, получим уравнение сорбции. А с ним и полную задачу:

$$\begin{cases} a_t + u_t + qu_x = 0, \\ a_t = \beta\big(u - \psi(a)\big), \qquad \beta \text{ - коэффициент кинетики.} \\ a\big|_{t=0} = u\big|_{t=0} = 0, \\ u\big|_{x=0} = u_0 . \end{cases}$$

ГУ комментировать смысла нет, там всё тривиально. Хочется поговорить про второй дифур:

$$a_t = \beta\big(u - \psi(a)\big), \qquad \beta \text{ - коэффициент кинетики.}$$

Какой у него физический смысл? Это своеобразное уравнение «затупов». Ранее мы предполагали, что ГАИшники мгновенно подстраивают своё желание тормозить машины под изменение концентрации потока – мало машин – тормозят активно, много – менее активно. В этой задаче это не совсем так.
Предположим, что число машин резко упало. ГАИшники не сразу начнут тормозить почти каждую машину. Они будут постепенно увеличивать вероятность остановки каждой из машин, но этот рост не будет мгновенным.
u-Ψ(a) – это несоответствие текущего потока u и того, который «ожидался» на основе стоящих здесь прямо сейчас (стоит a, а «ожидалось» Ψ(a)). А β – это насколько быстро происходит процесс адаптации.
Для противогаза это будет означать, что если вы гуляли в нём по улице, где в нём останавливалось 99,9% угарного газа, а потом сунулись на пожар, то

некое непродолжительное время в нём по-прежнему будет тормозиться 99,9% угарного газа (правда, потом это число начнёт падать).
Уравнение странное и мне оно кажется нефизичным, но Боголюбовы его пишут.